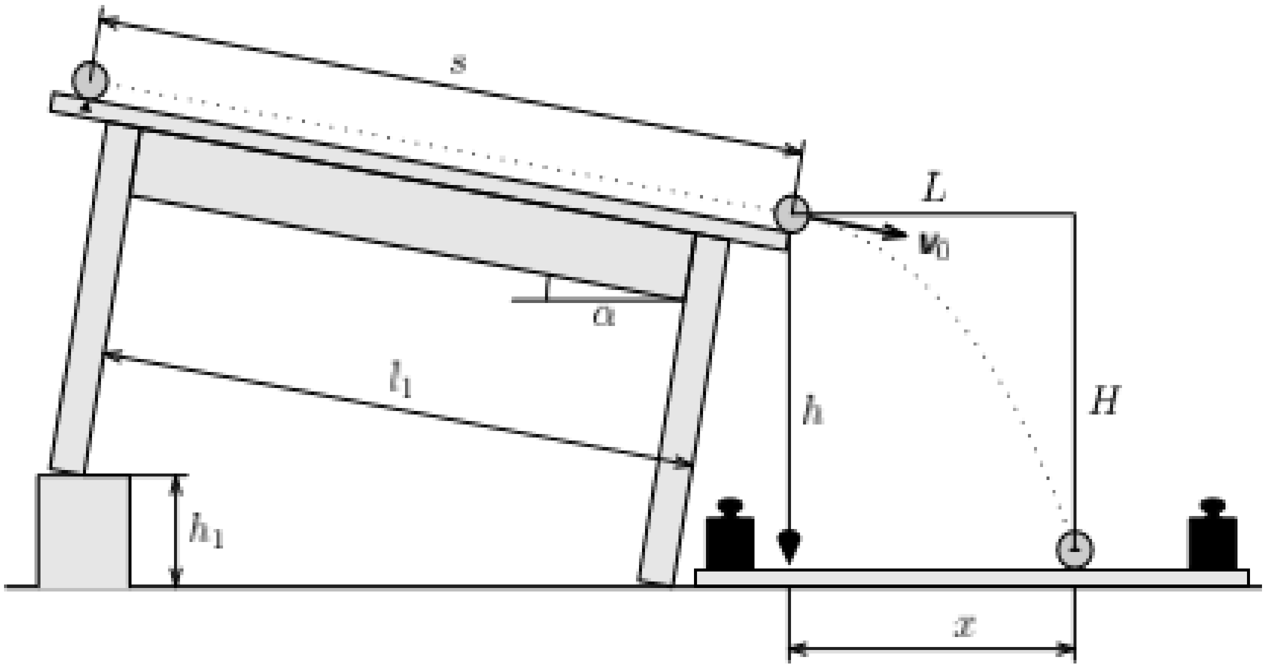
Vrh šikmý dolů

Projekt na volitelnou fyziku



Gymnázium Trutnov

2015/2016

Jakub Karmáček

Vrh šikmý dolů

Úvod

Jako svůj první projekt jsem si vybral šikmý vrh dolů. Rozhodl jsem se tak, jelikož mi toto téma přišlo relativně lehké na zpracování a jako svůj první projekt jsem si nechtěl hned zkomplikovat situaci.
Zadání úkolu jsem převzal z fyzikální olympiády (45. ročník) kategorie D.

Teoretická část

Vrh šikmý – Je to pohyb tělesa v tíhovém poli, při kterém počáteční rychlost svírá s horizontem nenulový elevační úhel, což je úhel mezi vektorem počáteční rychlosti a vodorovnou rovinou.
Na tomto úhlu závisí délka vrhu.

Samotný pokus probíhal tak, že jsme ocelovou kuličku o poloměru r umístili na nakloněnou rovinu, která měla sklon α, do vzdálenosti s od okraje a pustili.

Platil zde zákon zachování energie pro valivý pohyb kuličky po nakloněné rovině a z něj plyne:

$$\boldsymbol{mgs\sin\alpha = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}J\omega^2 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{5}mr^2\cdot\frac{v_0^2}{r^2} = \frac{7}{10}mv_0^2}\ .$$

Zde je J moment setrvačnosti kuličky, ω je úhlová rychlost kuličky na konci nakloněné roviny a v_0 je velikost rychlosti středu kuličky na konci nakloněné roviny. Tato rychlost je tedy počáteční rychlostí následného šikmého vrhu.

Následně upravíme-li vztah výše a vyjádříme si v_0,

dostaneme tento vztah: $\boldsymbol{v_0 = \sqrt{\frac{10}{7}gs\sin\alpha}}$, pomocí kterého následně můžeme
teoreticky vypočítat právě v_0.

Dále můžeme říci, že šikmý vrh probíhá podle kinematických zákonů:

$\boldsymbol{x = v_0 t \cos\alpha,\ y = H - v_0 t \sin\alpha - \frac{1}{2} g t^2}$,

kde x je pomyslná délka vrhu a y je pomyslná výška vrhu. V okamžiku dopadu je ovšem y=0.

Chceme-li tedy vypočítat teoretickou délku vrhu, můžeme jí vypočítat ze vztahu: $\boldsymbol{L_t = v_0 t_1 \cos\alpha}$.

Kde neznáme t_1, které určíme řešením kvadratické rovnice:

$$\boldsymbol{t_1 = \frac{-v_0 \sin\alpha + \sqrt{v_0^2 \sin\alpha + 2gH}}{g}} .$$

A po dosazení dostaneme finální tvar pro výpočet teoretické délky vrhu,

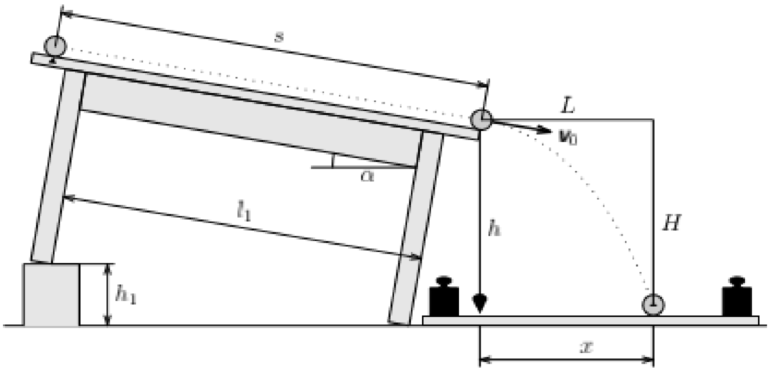
který je $\boldsymbol{L_t = v_0 \cos\alpha \frac{\sqrt{v_0^2 \sin^2\alpha + 2gH} - v_0 \sin\alpha}{g}}$.

Skutečnou délku vrhu L a skutečnou výšku H určíme praktickým měřením, podle obrázku z úvodu práce.

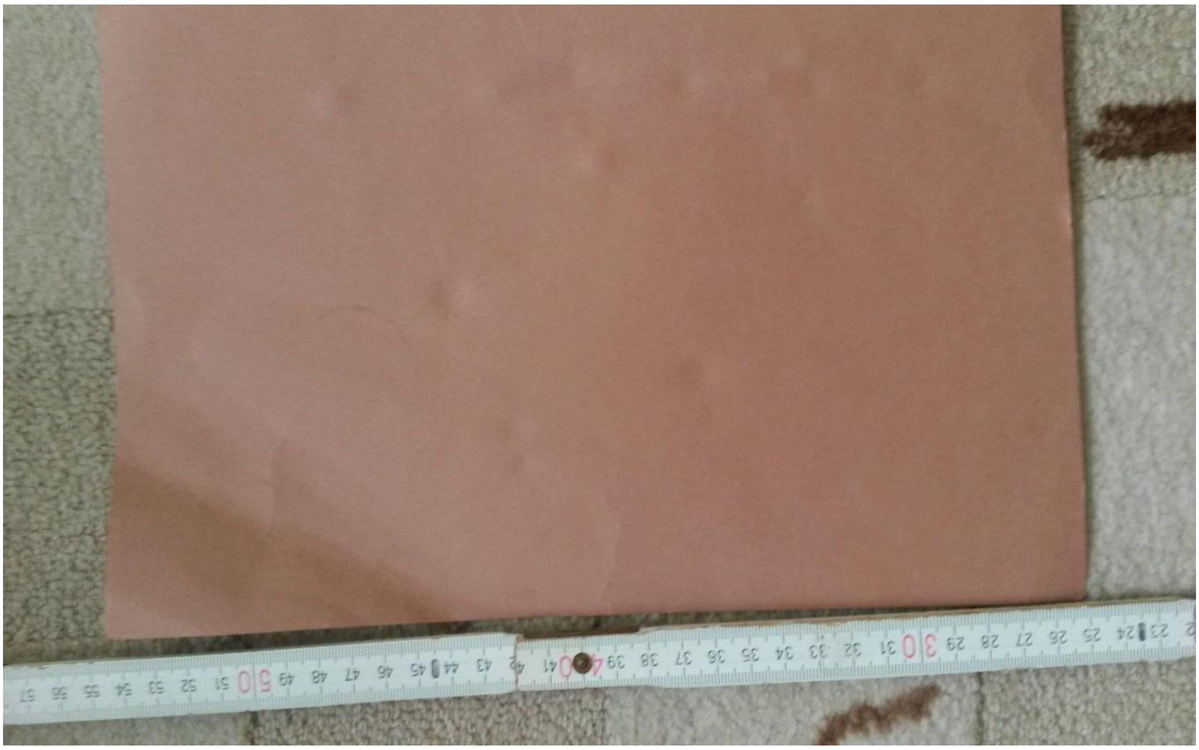
Mělo by také platit: $\boldsymbol{H = h - r(1 - \cos\alpha) \approx h, L = x - r\sin\alpha \approx x}$.

Měření

Úkolem tedy bylo změřit skutečnou délku vrhu L a následně ji porovnat s teoretickou délkou vrhu L_t.
Sestrojili jsme tedy vše podle obrázku z úvodu.



Jediné, co jsme po každém vrhu měnili, byla výška podložení zadních noh h a s, což je dráha kterou kulička urazí po nakloněné rovině.
Délku vrhu jsme zaznamenávali pomocí papíru.



Výsledky měření vyšly takto:

r/mm	h_1/cm	l_1/cm	α	s/m	$v_0\ /ms^{-1}$	h/m	x/m	H/m	L/m	L_t/m
14	34,5	125	16°1'	0,5	1,39	0,53	0,39	0,53	0,39	0,39
14	18,5	125	8°30'	0,4	0,91	0,552	0,285	0,552	0,283	0,29
14	20	125	9°12'	0,6	1,16	0,55	0,36	0,55	0,358	0,362
14	27,5	125	12°42'	0,7	1,47	0,542	0,43	0,542	0,426	0,43
14	23	125	10°36'	0,8	1,44	0,547	0,435	0,547	0,433	0,435
14	44	125	20°36'	0,9	2,1	0,51	0,52	0,509	0,515	0,51
14	56	125	26°36'	1	2,5	0,475	0,5	0,474	0,494	0,49
14	41	125	19°8'	1,1	2,3	0,512	0,56	0,511	0,56	0,55
14	24,5	125	11°18'	0,3	0,91	0,544	0,28	0,544	0,278	0,28
14	15,5	125	7°7'	0,2	0,6	0,557	0,19	0,557	0,189	0,19

Závěr

Úkolem tedy bylo naměřit délku šikmého vrhu a následně teoreticky ověřit přesnost měření. Hodnoty praktické a teoretické délky vrhu nám vyšly prakticky stejné. Jejich odchylka je zanedbatelná. Z toho usuzuji, že moje měření, ač prováděné za velmi provizorních podmínek, vyšlo až nečekaně přesně. Určitě vás mohlo napadnout pár otázek, například, proč jsem měnil dráhu s, z které jsem kuličku pouštěl. Dělal jsem to proto, že to bylo jednak napsané v zadání a jednak proto, aby se mi změnila rychlost kuličky na konci nakloněné roviny a následně i délka vrhu.